

Sylabus

Vektory a matice, operace s vektory, lineární kombinace vektorů, lineární závislost a nezávislost, operace s maticemi, hodnota matice (i s parametrem), horní trojúhelníková matice.

Příklady

1. Spočítejte:

(a) $(2, 3, 4) + (-4, -3, -2)$

(d) $-(-3, 4, 5) - (-1, -1, 0)$

(b) $(1, 1, 4) \cdot (0, 1, 3)$

(e) $-2(4, -1, 0)$

(c) $5(1, 0, 2)$

(f) $(0, 0, 0) \cdot (1, 2, 3)$

2. Rozhodněte, zda je systém vektorů $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n$ lineárně závislý:

(a) $\mathbf{v}_1 = (7, 3, 1), \mathbf{v}_2 = (1, 0, 4), \mathbf{v}_3 = (3, 0, 12)$

(c) $\mathbf{v}_1 = (2, 2, 1), \mathbf{v}_2 = (1, 2, 3), \mathbf{v}_3 = (4, 4, 2)$

(b) $\mathbf{v}_1 = (2, 2, 1), \mathbf{v}_2 = (1, 2, 3), \mathbf{v}_3 = (0, 0, 0)$

(d) $\mathbf{v}_1 = (1, 0, 0), \mathbf{v}_2 = (0, 3, 0), \mathbf{v}_3 = (0, 0, -2)$

3. Spočítejte:

(a) $3 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 5 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$

4. Mějme matice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$. Spočítejte:

(a) $A \cdot B$

(d) $B \cdot A$

(b) $A \cdot B^T$

(e) $C \cdot D$

(c) $B \cdot C$

(f) $C^T \cdot D$

5. Určete hodnotu matice:

(a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(e) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 12 & -2 \\ -6 & 1 \\ -12 & 2 \end{pmatrix}$

(f) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(g) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

6. Z dané skupiny vektorů vyberte maximální počet lineárně nezávislých vektorů a ostatní vyjádřete jako jejich lineární kombinaci:

(a) $\mathbf{v}_1 = (2, 1, 0)$, $\mathbf{v}_2 = (1, -1, 2)$,
 $\mathbf{v}_3 = (0, 3, 4)$, $\mathbf{v}_4 = (0, 0, 8)$

(b) $\mathbf{v}_1 = (5, 5)$, $\mathbf{v}_2 = (1, 1)$,
 $\mathbf{v}_3 = (0, 1)$, $\mathbf{v}_4 = (5, 3)$

7. Rozhodněte, pro jaké hodnoty parametrů $k \in \mathbb{R}$ jsou zadané množiny vektorů LZ/LN:

(a) $\mathbf{v}_1 = (2, 0, 1)$, $\mathbf{v}_2 = (0, 1, 0)$,
 $\mathbf{v}_3 = (1, -1, k)$

(c) $\mathbf{v}_1 = (3, 8)$, $\mathbf{v}_2 = (k, 1)$

(b) $\mathbf{v}_1 = (3, 8)$, $\mathbf{v}_2 = (k, 0)$

(d) $\mathbf{v}_1 = (3, 8, k)$, $\mathbf{v}_2 = (k, 0, 0)$,
 $\mathbf{v}_3 = (1, 1, 1)$, $\mathbf{v}_4 = (0, k, 3)$

8. Určete hodnotu matice v závislosti na parametru $k \in \mathbb{R}$:

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & k & -2 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 & k \end{pmatrix}$